

1. Элементарная работа. Работа силы на конечном участке кривой: определение и свойства. Связь мощности силы и кинетической энергии тела.
2. Движение точечной частицы относительно НИСО во внешнем поле. Сила Кориолиса, центробежная сила. Энергия частицы в НИСО.
3. Доказать справедливость правила Лейбница и тождества Якоби для скобки Пуассона.
4. Тензор инерции тела: определение, примеры, инварианты, связь главных инвариантов с главными моментами инерции. Теорема Гюйгенса-Штейнера
5. Работа центральной силы. Консервативные и неконсервативные силы. Примеры гироскопических и диссипативных сил.
6. Выразите относительную убыль энергии гармонического осциллятора (совершающего затухающие колебания) за условный период, в терминах логарифмического декремента колебаний.
7. Локально-инерциальные системы отсчёта. Правило сложения скоростей. Быстрота. Конус событий.
8. На примере частицы, совершающей плоское движение в центрально симметричном силовом поле, продемонстрируйте связь вращательной симметрии задачи с законом сохранения момента импульса.
9. Шарик, подвешенный на нити длиной  $l$ , отклонили на некоторый угол и отпустили. При возвращении шарика в положение равновесия происходит упругий удар шарика о стержень, длина которого составляет  $L > l$ . Какой должна быть длина нити, чтобы шарик остановился после удара? Масса стержня равна массе шарика.
10. Уравнения Гамильтона. Скобка Пуассона. Конфигурационное и фазовое пространства. Теорема Лиувилля о сохранении объема произвольной области фазового пространства.
11. На примере частицы, находящейся в однородном поле тяготения продемонстрируйте связь трансляционной инвариантности с законом сохранения импульса.
12. Пользуясь определением скобки Пуассона, найти  $q_j, q_k$  и  $q_j, \pi_{q_k}$ , где  $q_j$  – обобщенная координата механической системы,  $\pi_{q_k}$  – ее обобщенный импульс, канонически сопряженный координате  $q_k$ .
13. Неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника в пространстве Минковского: неупругое столкновение релятивистских частиц.
14. На примере двух точечных частиц в одномерном пространстве продемонстрируйте связь трансляционной инвариантности с законом сохранения импульса. Покажите, как из трансляционной инвариантности замкнутой механической системы следует закон сохранения ее импульса.
15. Найти приращение угловой скорости вращения планеты (массы  $M$ , радиуса  $R$ ) вокруг своей оси, происходящее из-за падения на ее поверхность метеорита (массы  $m$ ), летящего в плоскости экватора планеты со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к вертикали.
16. Пуассонова структура механики. Скобка Пуассона: определение и свойства. Интеграл движения. Теорема Пуассона.
17. Основное уравнение релятивистской динамики. Релятивистский импульс и энергия частицы. 4-вектор энергии-импульса частицы, масса частицы как релятивистский инвариант. Масса системы частиц.
18. Покажите, что угловая скорость всех точек абсолютно твердого тела одинакова.

19. Собственное время. Парадокс близнецов. Релятивистское действие для свободной точечной частицы. Релятивистский импульс частицы. Релятивистская энергия частицы. 4-вектор энергии-импульса частицы.
20. Биения. Бегущая и стоячая волны. Энергия упругой волны. Объемная плотность кинетической и потенциальной энергии упругой волны. Вектор плотности потока энергии (вектор Умова). Интенсивность волны.
21. Докажите, что замена лагранжиана другим, отличающимся от исходного на полную производную по времени от произвольной функции координат и времени, уравнений движения не меняет.
22. Принцип относительности Галилея и принцип частной теории относительности. Преобразования Галилея и Лоренца. Постулаты частной теории относительности. Конус событий. Релятивистское правило сложения скоростей. Быстрота.
23. Законы сохранения энергии, импульса, момента импульса. Связь непрерывных симметрий с законами сохранения. Нётеровский заряд.
24. Гирьку бросили на весы. Три последовательных крайних положения стрелки весов были такие  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . Какова масса гирьки? Определите логарифмический декремент колебаний стрелки весов.
25. Применение неравенство треугольника в пространстве Минковского: масса системы частиц.
26. Консервативная система. Потенциальная энергия. Фinitное движение: энергетическая зависимость периода осцилляций частицы в одномерной потенциальной яме.
27. Математический маятник длины  $L$  совершает малые колебания. Два последовательных предельных отклонения от вертикали равны  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . Найти условный период колебаний.
28. Квадрат интервала и собственное время. Релятивистское действие для свободной точечной частицы. 4-вектор энергии-импульса частицы. Основное уравнение релятивистской динамики массивной точечной частицы.
29. Лагранжиан механической системы. Принцип экстремального действия. Уравнения Эйлера-Лагранжа механической системы.
30. Гармонический осциллятор совершает затухающие колебания. Известен логарифмический декремент колебаний. Определите относительную убыль энергии осциллятора за условный период колебаний.
31. Консервативная система. Потенциальная энергия. Фinitное движение: энергетическая зависимость периода осцилляций частицы в одномерной потенциальной яме.
32. Кинематика поступательного и вращательного движений. Описание траектории: кривизна, кручение, формулы Френе.
33. Частица совершает гармоническое колебание вдоль  $x$ :  $x(t) = A \cos \omega t$ . Определите вероятность обнаружить частицу при случайном наблюдении внутри отрезка  $x, x + dx$ . Вычислить среднеквадратическое отклонение координаты частицы от положения равновесия.
34. Причины распространенности модели гармонического осциллятора. Частота осцилляций физического маятника.
35. Потенциальная энергия. Потенциальные кривые: потенциальная яма и потенциальный барьер, точки поворота, фinitное и инфinitное движения. Точки устойчивого и неустойчивого равновесия
36. Докажите аналог неравенства треугольника для пространства Минковского.

37. Лагранжиан механической системы. Принцип экстремального действия. Уравнения Эйлера-Лагранжа механической системы.
38. Формулировка вириальной теоремы, примеры использования.
39. Убедитесь, что смещение вдоль линии действия силы точки приложения этой силы не приводит к изменению момента силы. Покажите, что момент пары сил равен моменту одной из сил относительно точки приложения другой.
40. Бегущая волна. Поперечные и продольные волны. Продольные волны в стержнях. Смещение сечения. Скорость смещения сечения. Продольная деформация в точке. Напряжение: давление и натяжение. Закон Гука.
41. Неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника в пространстве Минковского: объясните парадокс близнецов.
42. Покажите, что замена лагранжиана другим, отличающимся от исходного на полную производную по времени от произвольной функции координат и времени, уравнений движения не меняет.
43. Поперечные колебания струны: переход от механики системы точечных частиц к классической теории поля, оператор Д'Аламбера, волновое уравнение, граничные условия.
44. Фазовые траектории свободного гармонического осциллятора, гармонического осциллятора в присутствии трения, гармонического осциллятора под действием периодических толчков. Плоский математический и физический маятники.
45. Почему невозможен процесс аннигиляции электрона с позитроном с образованием только одного фотона?
46. Потенциальная энергия, потенциальные кривые, поверхности уровня. Полная энергия консервативной системы. Потенциальная энергия упругой силы, импульс и энергия гармонического осциллятора.
47. Гармонический осциллятор под действием внешней периодической силы при наличии трения. Переходной и установившийся режимы. Резонанс.
48. Покажите, что если два 4-вектора ортогональны и один из них пространственноподобный, то другой – времениподобный.
49. Сформулируйте и сопоставьте принцип относительности Галилея и принцип частной теории относительности. Постулаты частной теории относительности. Преобразования Лоренца.
50. Гармонический осциллятор под действием диссипативной силы. Затухающие колебания. Кинематическое уравнение затухающих колебаний. Условный период, время затухания, декремент колебаний, логарифмический декремент колебаний, добротность. Аперриодическое затухание.
51. Покажите, что при  $v \ll c$  преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.
52. Энергия упругой волны. Объемная плотность кинетической и потенциальной энергии упругой волны. Вектор плотности потока энергии (вектор Умова). Интенсивность волны.
53. Релятивистский импульс и энергия частицы. 4-вектор энергии-импульса частицы, масса частицы как релятивистский инвариант.
54. Покажите, что работа любых центральных сил не зависит от траектории системы и определяется лишь её начальной и конечной конфигурациями.
55. Тензор инерции тела. Главные оси и главные моменты инерции. Теорема Гюйгенса-Штейнера.

56. Преобразования Лежандра. Гамильтониан механической системы. Уравнения Гамильтона.
57. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы 10 нс. Найдите путь, пройденный этой частицей до распада в лабораторной системе отсчета, если ее время жизни в ней 20 нс.
58. Законы сохранения энергии, импульса, момента импульса. Связь непрерывных симметрий с законами сохранения. Нётеровский заряд.
59. Сопоставьте геометрии евклидова пространства и пространства Минковского.
60. Покажите, что преобразования Лоренца образуют группу.
61. Движение точечной частицы относительно НИСО во внешнем поле. Сила Кориолиса, центробежная сила. Энергия частицы в НИСО.
62. Принцип относительности Галилея и принцип частной теории относительности. Преобразования Галилея и Лоренца. Постулаты частной теории относительности. Конус событий. Релятивистское правило сложения скоростей. Быстрота
63. Сопоставьте фазовые траектории свободного гармонического осциллятора, гармонического осциллятора в присутствии трения и гармонического осциллятора, подвергающегося кратковременным периодическим воздействиям силы.
64. Проведите сопоставление ньютоновой, лагранжевой, гамильтоновой и пуассоновой формулировок механики.
65. Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения механической системы. Тензор инерции тела и его инварианты.
66. Найти ускорение маятника Максвелла, если известно что  $r/R = \alpha$  ( $r$  – радиус тонкой оси маятника,  $R$  – радиус диска), масса оси существенно меньше массы диска.
67. Тензор инерции тела: определение, примеры, инварианты, связь главных инвариантов с главными моментами инерции. Теорема Гюйгенса-Штейнера.
68. Пуассонова структура механики. Скобка Пуассона: определение и свойства. Интеграл движения. Теорема Пуассона.
69. Перечислите этапы решения задачи о поперечных колебаниях скрипичной струны  $0 \leq x \leq l$
- $$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}(t, x) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(t, x) \quad \begin{cases} \phi(t, 0) = 0 \\ \phi(t, l) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \phi(0, x) = \Phi(x) \\ \dot{\phi}(0, x) = \Psi(x) \end{cases}.$$
- Прокомментируйте окончательный результат.
70. Движение точечной частицы относительно НИСО во внешнем поле. Сила Кориолиса, центробежная сила. Энергия частицы в НИСО.
71. Волновое уравнение: задачи, его порождающие; фазовая скорость, волновая поверхность, фронт волны.
72. Сформулируйте и докажите теорему Гюйгенса-Штейнера.
73. Закон сохранения энергии механической системы как следствие теоремы Нётер.
74. Продольные волны в стержнях. Смещение сечения. Скорость смещения сечения. Продольная деформация в точке. Напряжение: давление и натяжение. Закон Гука, его область применимости.
75. Вычислите моменты инерции перечисленных (однородных) тел массы  $m$  относительно центра масс: кольцо радиуса  $R$ , (сплошной) диск радиуса  $R$ , стержень длины  $L$ .

76. Приведите примеры уравнений, допускающих решения типа бегущей волны. Опишите свойства решений однородного волнового уравнения и приведите примеры задач, при решении которых оно естественным образом возникает.
77. Сопоставьте вращения в пространстве Евклида с вращениями в пространстве Минковского. Сформулируйте релятивистское «правило сложения скоростей» в терминах скоростей и быстрот.
78. Сформулируйте и докажите теорему Пуассона.
79. Сформулируйте и докажите вириальную теорему. Приведите примеры её использования.
80. Плоская и сферическая волны; фазовая скорость, волновая поверхность, фронт волны.
81. Покажите, что момент пары сил равен моменту одной из сил относительно точки приложения другой.
82. Момент импульса абсолютно твёрдого тела. Основное уравнение динамики вращательного движения.
83. Законы сохранения энергии, импульса, момента импульса. Связь непрерывных симметрий с законами сохранения. Нётеровский заряд.
84. Найдите добротность осциллятора, чья амплитуда смещения уменьшается в  $\eta$  раз через каждые  $N$  периодов колебаний.
85. Конус событий. Интервал: времениподобный, пространственноподобный, светоподобный. Группа Лоренца. Преобразование 4-импульса при переходе из одной ИСО в другую.
86. Консервативные и неконсервативные силы: определения, примеры. Консервативная система. Потенциальная энергия. Финитное движение: энергетическая зависимость периода осцилляций частицы в одномерной потенциальной яме, вириальная теорема.
87. Точка движется по дуге окружности радиуса  $R$ . Модуль её скорости зависит от пройденного пути  $L$  по закону  $V = \alpha L^{1/2}$ , где  $\alpha$  – константа. Найдите зависимость угла между вектором полного ускорения и вектором скорости от пройденного пути  $L$ .
88. Скобка Пуассона: определение и свойства. Интегралы движения. Теорема Пуассона.
89. Действие для свободной нерелятивистской и релятивистской точечной частицы; соответствующие уравнения динамики. Правило сложения скоростей в нерелятивистской и релятивистской механике. Поведение 3-вектора силы при преобразованиях Галилея и Лоренца.
90. Гармонический осциллятор совершает затухающие колебания. Известен логарифмический декремент колебаний. Определите относительную убыль энергии осциллятора за условный период колебаний.
91. Гармонический осциллятор под действием внешней периодической силы при наличии трения. Резонансные кривые.
92. Длина волны, волновое число, полная фаза, начальная фаза, фазовая скорость, волновая поверхность, фронт волны. Бегущая и стоячая волны.
93. Покажите, что если гамильтониан механической системы не зависит от времени явно, то он постоянен на решениях уравнений Гамильтона.
94. Постулаты частной теории относительности. Релятивистское правило сложения скоростей. Быстрота. Конус событий.
95. Плоский математический и физический маятники.

96. Локомотив массы  $m$  начинает двигаться, при этом его скорость  $V$  зависит от пройденного пути  $L$  по закону  $V = \alpha L^{1/2}$ , где  $\alpha$  – константа. Найти работу сил, действующих на локомотив за первые  $t$  секунд после начала движения.

97. Поперечные колебания струны: переход от механики системы точечных частиц к классической теории поля, оператор Д'Аламбера, волновое уравнение, граничные условия.

98. Собственное время. Парадокс близнецов. Релятивистское действие для свободной точечной частицы. Релятивистский импульс частицы. Релятивистская энергия частицы. 4-вектор энергии-импульса частицы.

99. Частица массы  $m$  находится в одномерном силовом поле, где её потенциальная энергия зависит от координаты  $X$  следующим образом  $U(X) = U_0 (1 - \cos(aX))$ , где  $U_0$  и  $a$  – константы. Найдите период малых колебаний частицы около положения равновесия.