<u>ПО-ДАЙСОНОВСКИ ХРОНОЛОГИЧЕСКИ УПОРЯДОЧЕННЫЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛ</u>

Если вектор состояния системы с взаимодействием в представлении взаимодействия $\left|\hat{X}\;\; t\right\rangle$*, то оператор эволюции* $\tilde{U}\;\; t,t_0$ *, определяемый согласно*

$$\left|\hat{X}\left(t\right)\right\rangle = \tilde{U}\left(t,t_0\right)\left|\hat{X}\left(t_0\right)\right\rangle$$

можно записать в виде (подробности см. в ЛЕКЦИИ 4):

$$\tilde{U}\left(t,t_0\right) = 1 + \sum_{n=1,\infty} \tilde{U}_n\left(t,t_0\right)$$

$$\tilde{U}_n\left(t,t_0\right) = \left(-i\right)^n \int\limits_{t_0}^{t} dt_1 \int\limits_{t_0}^{t_1} dt_2 \ldots \int\limits_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\ldots\hat{H}_I\left(t_n\right)$$

Однако не очень-то удобно, когда верхние пределы интегрирования разные… но что уж тут поделаешь? Оказывается, выход есть – определим оператор хронологического упорядочения Дайсона: он переставляет операторы так, чтобы время убывало слева направо

$$\Upsilon\{A(t_1)B(t_2)\} = \sigma\{A(t_1)B(t_2), \ldots\}.$$

Оператор хронологического упорядочения Дайсона можно записать в развёрнутом виде (складываем «в столбик», горизонтальная черта – символ равенства):

$$\begin{array}{c}
\Upsilon\left\{\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\right\} \\
\hline
\theta_{t_1-t_2}\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right) \\
\theta_{t_2-t_1}\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)
\end{array}
\quad ; \quad
\begin{array}{c}
\Upsilon\left\{\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_3\right)\right\} \\
\hline
\theta_{t_1-t_2}\theta_{t_2-t_3}\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_3\right) \\
\theta_{t_1-t_3}\theta_{t_3-t_2}\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_3\right)\hat{H}_I\left(t_2\right) \\
\theta_{t_2-t_1}\theta_{t_1-t_3}\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_3\right) \\
\theta_{t_2-t_3}\theta_{t_3-t_1}\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_3\right)\hat{H}_I\left(t_1\right) \\
\theta_{t_3-t_1}\theta_{t_1-t_2}\hat{H}_I\left(t_3\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right) \\
\theta_{t_3-t_2}\theta_{t_2-t_1}\hat{H}_I\left(t_3\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)
\end{array}$$

Первый вертикальный столбец, показывает, как оператор хронологического упорядочения Дайсона «выправляет» пределы интегрирования (пояснения справа)

$$\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \Upsilon\left\{\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\right\}$$

$$\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \theta_{t_1-t_2}\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)=\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)$$

$$\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \theta_{t_2-t_1}\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)=\int_{t_0}^{t_2} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)=\int_{t_0}^{t} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 \hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_1\right)$$

$$2\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right) \qquad\qquad \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)$$

Ясно, что аналогичным образом можно прийти к выводу

$$\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \int_{t_0}^{t} dt_3 \Upsilon\left\{\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_3\right)\right\}=6\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_3 \hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\hat{H}_I\left(t_3\right)$$

Поскольку упорядочить временные аргументы можно $n!$ *способами*

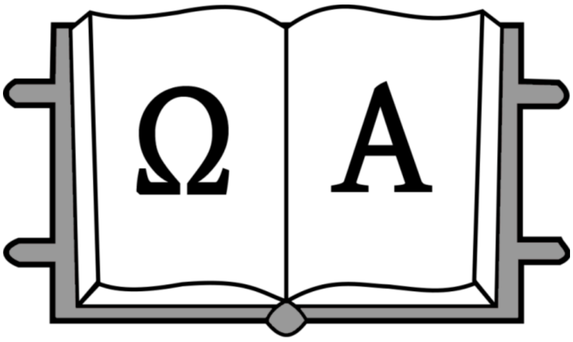
$$\tilde{U}_n\left(t,t_0\right)\equiv\left(-i\right)^n\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \ldots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\ldots\hat{H}_I\left(t_n\right)=$$

$$=\frac{\left(-i\right)^n}{n!}\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \ldots \int_{t_0}^{t} dt_n \Upsilon\left\{\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\ldots\hat{H}_I\left(t_n\right)\right\}\equiv\frac{\left(-i\right)^n}{n!}\Upsilon\left(\int_{t_0}^{t} dt'\hat{H}_I\left(t'\right)\right)^n$$

Ряд, определяющий $\tilde{U}\ t,t_0$ *, принято записывать в виде дайсоновского хронологически упорядоченного экспоненциала:*

$$\boxed{\tilde{U}\left(t,t_0\right)=1+\sum_{n=1,\infty}\tilde{U}_n\left(t,t_0\right)=\Upsilon\exp\left(-i\int_{t_0}^{t} dt'\hat{H}_I\left(t'\right)\right)}$$

<u>S-МАТРИЦА</u>



Фундаментальным объектом квантовой теории поля является $\mathbb{S}-$*матрица, определить которую можно было бы следующим образом*

$$\mathbb{S}=1+\sum_{n=1,\infty}\frac{\left(-i\right)^n}{n!}\int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} dt_n \Upsilon\left\{\hat{H}_I\left(t_1\right)\hat{H}_I\left(t_2\right)\ldots\hat{H}_I\left(t_n\right)\right\}\equiv\Upsilon\exp\left(-i\int_{-\infty}^{+\infty} dt'\hat{H}_I\left(t'\right)\right)$$

Полезнее, однако, увидеть, как она естественным образом возникает при совершенно типичной постановке задачи. Пусть вектор состояния системы (в шрёдингеровском представлении) $|ini(t)>$ *эволюционирует из вектора состояния* $|ini(T_i)>$ *в соответствии с*

$$|ini(t)> = U(t,T_i)|ini(T_i)>$$

Амплитуда вероятности процесса, в котором $\left| ini\ T_i \right\rangle$ *проэволюционирует в конечное состояние* $\left| fin\ T_f \right\rangle$ *к моменту времени* T_f*, есть*

$$< fin(T_f)|ini(T_f)> = < fin(T_f)|U(T_f,T_i)|ini(T_i)>$$

Итак, если «задолго до» (когда $t \to -\infty$*) того, как стало происходить что-то интересное, было приготовлено некоторое состояние системы. Что-то интересное случилось. И теперь, спустя достаточно времени (*$t \to +\infty$*), чтоб всё интересное уже прекратилось, хотелось бы знать, что сталось с тем состоянием (которое было «задолго до»). Наше любопытство способна удовлетворить* $\mathbb{S}-$***матрица (или матрица рассеяния)****:*

$$\mathbb{S}_{fi} = \lim_{T_f\to+\infty}\lim_{T_i\to-\infty} < fin(T_f|\, U(T_f,T_i)|ini(T_i)> =$$
$$= \lim_{T_f\to+\infty}\lim_{T_i\to-\infty} < fin|\widetilde{U}(T_f,T_i)|ini>.$$

В последней строчке состояния $\left|ini\right\rangle$ *и* $\left|fin\right\rangle$ *берутся в один и тот же момент времени. Вообще, последний знак равенства отражает тот факт, что в квантовой теории поля мы испытываем особенно тёплые чувства к хайзенберговской картине, в которой вектор состояния от времени не зависит. Они рождаются в фундаментальном секторе квантовой теории поля, где равноправное включение в полевые операторы временной и пространственной переменных удобно и естественно с точки зрения лоренц-ковариантности. Для оператора* $\mathbb{S}$*, соответственно, имеем формулу*

$$\mathbb{S} \equiv \widetilde{U}(+\infty,-\infty).$$

Пусть имеется полный набор состояний $\{|j>\}$*, нормированное начальное состояние* $\left\langle ini|ini\right\rangle = 1$*, тогда, с одной стороны, справедливо*

$$\sum_j \left|\left\langle j|\mathbb{S}|ini\right\rangle\right|^2 = 1$$

А с другой –

$$\sum_j \left|\left\langle j|\mathbb{S}|ini\right\rangle\right|^2 = \sum_j \left\langle ini|\mathbb{S}^\dagger|\, j\right\rangle\left\langle j|\mathbb{S}|ini\right\rangle = \left\langle ini|\mathbb{S}^\dagger\mathbb{S}|ini\right\rangle$$

Откуда, учитывая, что начальное состояние $\left|ini\right\rangle$ *«с потолка», получаем унитарность*

$$\mathbb{S}^\dagger\mathbb{S} = 1$$

(вопрос несколько тоньше – за подробностями можно обратиться к Вайнбергу, КТП 1). Оператор $\mathbb{S}$*, как правило, расщепляют на «тривиальную» и «нетривиальную» составляющие*

$$\mathbb{S} = 1 + i\mathfrak{M}$$

Нетривиальную составляющую $\mathbb{S}-$*матрицы, точнее* $\mathfrak{M}$*, часто величают* ***матрицей перехода****.*

Используя унитарность оператора $\mathbb{S}$*, покажите справедливость соотношения*

$$2\,\mathrm{Im}\left\langle ini|\mathfrak{M}|ini\right\rangle = \sum_j \left|\left\langle ini|\mathfrak{M}|\, j\right\rangle\right|^2$$

АДИАБАТИЧЕСКАЯ ГИПОТЕЗА

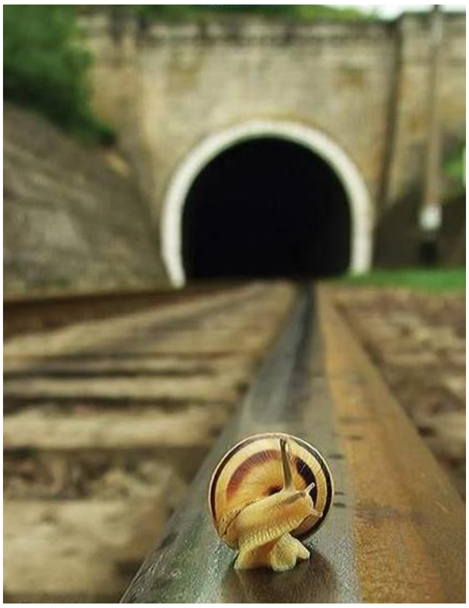
Предположим, что взаимодействие при $t \to -\infty$ отсутствует, затем медленно «включается» и достигает H_I при t_0, а потом – также медленно «выключается», так что при $t \to +\infty$ от взаимодействия снова ничего не остаётся

$$H(t) = H_0 + H_I(t).$$

Временная переменная вводится в задачу умножением оператора взаимодействия на экспоненциальный временной множитель

$$H_I(t) = \exp(-\alpha|t - t_0|)H_I$$

Здесь α – очень маленькая положительная постоянная, которую мы впоследствии устремим к нулю. Собственный вектор невозмущённого гамильтониана H_0, описывающий основное состояние невзаимодействующей системы, при условии, что взаимодействие включается достаточно медленно, будет непрерывно менять свою форму и, в конце концов, превратится к моменту времени t_0 в собственный вектор гамильтониана $H = H_0 + H_I$, описывающий состояние системы с включённым взаимодействием. То же самое утверждается и в отношении соответствующих этим состояниям энергетических уровней. Сказанное не справедливо для возбуждённых состояний, которые, как правило, вырождены и расщепляются на несколько уровней при включении возмущения или взаимодействия.



Более подробное рассмотрение, включающее обсуждение теоремы Гелл-Манна-Лоу и метода временной петли Швингера, будет проведено на семинарах.

РАЗЛОЖЕНИЕ 1-ЧАСТИЧНОЙ ФУНКЦИИ ГРИНА В РЯД ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

В качестве первого шага

$$\left|\Phi(t)\right\rangle \equiv U^{(0)}(t,t_0)\left|\Phi(t_0)\right\rangle \quad ; \quad \left|X(t)\right\rangle \equiv U(t,t_0)\left|X(t_0)\right\rangle$$

$$\left|\hat{X}(t)\right\rangle \equiv \tilde{U}(t,t_0)\left|\hat{X}(t_0)\right\rangle \quad ; \quad \left|X(t)\right\rangle \equiv U^{(0)}(t,t_0)\left|\hat{X}(t)\right\rangle$$

найдём, как $\tilde{U}$ выражается через U^0 и U :

$$\left[U^{(0)}(t,t_0)\right]^{-1}\left|X(t)\right\rangle \qquad =\left|\hat{X}(t)\right\rangle = \qquad \tilde{U}(t,t_0)\left|\hat{X}(t_0)\right\rangle$$

$$\left[U^{(0)}(t,t_0)\right]^{-1}U(t,t_0)\left|X(t_0)\right\rangle \qquad = \qquad \tilde{U}(t,t_0)\left[U^{(0)}(t_0,t_0)\right]^{-1}\left|X(t_0)\right\rangle$$

Получаем связку

$$\tilde{U}(t,t_0)=\left[U^{(0)}(t,t_0)\right]^{-1}U(t,t_0)$$

Используя

$$\begin{cases}\breve{O}=U^{\dagger}(t,t_0)OU(t,t_0)\\ \hat{O}=U^{(0)\dagger}(t,t_0)OU^{(0)}(t,t_0)\end{cases}$$

покажите, что при переходе от представления взаимодействия к хайзенберговскому представлению оператор испытывает превращение вида

$$\breve{O}(t)=\tilde{U}^{\dagger}(t,t_0)\hat{O}(t)\tilde{U}(t,t_0)$$

Поставим задачу: записать функцию Грина в виде вычислительного алгоритма. Для этого выражение

$$G(k,t;k't')=-i\left\langle X_0(t_0)\middle|T\left\{\breve{a}_k(t)\breve{a}^{\dagger}_{k'}(t')\right\}\middle|X_0(t_0)\right\rangle$$

необходимо преобразовать к форме, в которой фигурировала бы уже известная информация. Сейчас мы займёмся преобразованиями, целью которых является исключение неизвестных элементов. Рассмотрим случай

$t>t'$

$$G(k,t;k't')=-i\left\langle X_0(t_0)\middle|\breve{a}_k(t)\breve{a}^{\dagger}_{k'}(t')\middle|X_0(t_0)\right\rangle=$$

$$=-i\left\langle\Phi_0\middle|\tilde{U}^{\dagger}(t_0,-\infty)\tilde{U}^{\dagger}(t,t_0)\hat{a}_k(t)\tilde{U}(t,t_0)\tilde{U}^{\dagger}(t',t_0)\hat{a}^{\dagger}_{k'}(t')\tilde{U}(t',t_0)\tilde{U}(t_0,-\infty)\middle|\Phi_0\right\rangle=$$

$$=-i\left\langle\Phi_0\middle|\tilde{U}^{\dagger}(t,-\infty)\hat{a}_k(t)\tilde{U}(t,t')\hat{a}^{\dagger}_{k'}(t')\tilde{U}(t',-\infty)\middle|\Phi_0\right\rangle=$$

$$=-i\frac{\left\langle\Phi_0\middle|\tilde{U}(+\infty,t)\hat{a}_k(t)\tilde{U}(t,t')\hat{a}^{\dagger}_{k'}(t')\tilde{U}(t',-\infty)\middle|\Phi_0\right\rangle}{\exp(i\varphi)}=-i\frac{\left\langle\Phi_0\middle|\Upsilon\left\{\hat{a}_k(t)\hat{a}^{\dagger}_{k'}(t')\mathbb{S}\right\}\middle|\Phi_0\right\rangle}{\left\langle\Phi_0\middle|\mathbb{S}\middle|\Phi_0\right\rangle}$$

Припоминая о зависимости $\tilde{U}$ *от параметра* α*, осознаём, что, начиная со второй строчки в выражении выше, следовало бы таскать значок предела, поэтому строгая версия окончательного результата имеет вид*

$t>t'$

$$G(k,t;k't')=-i\lim_{\alpha\to 0}\frac{\left\langle\Phi_0\middle|\Upsilon\left\{\hat{a}_k(t)\hat{a}^{\dagger}_{k'}(t')\mathbb{S}_\alpha\right\}\middle|\Phi_0\right\rangle}{\left\langle\Phi_0\middle|\mathbb{S}_\alpha\middle|\Phi_0\right\rangle}$$

В тех выражениях, где явно пишется предел

$$\lim_{\alpha\to 0}$$

величины, содержащие в себе зависимость от параметра α, отмечаются соответствующим индексом. Капитан Очевидность не дремлет: при переходе ко второй строчке мы сменили хайзенберговские «рожки» на «шляпки» (намекающие на представление взаимодействия) и воспользовались адиабатической гипотезой, согласно которой функция основного состояния системы с взаимодействием связана с основным состоянием системы без взаимодействия вот так

$$|X_0\rangle = \lim_{\alpha\to 0} \tilde{U}_\alpha(t_0, -\infty)|\Phi_0\rangle$$

При переходе к четвёртой строчке мы воспользовались оператором

$$\mathbb{S} \equiv \tilde{U}(+\infty, -\infty)$$

во-первых, произведя замену

$$\tilde{U}^\dagger(t, -\infty) = \mathbb{S}^\dagger \tilde{U}(+\infty, t)$$

а во-вторых, ещё раз применив адиабатическую гипотезу – после выключения взаимодействия система возвращается в исходное состояние, которое характеризуется с точностью до фазового множителя тем же вектором состояния, что и при $t \to -\infty$:

$$\mathbb{S}|\Phi_0\rangle = \exp(i\phi)|\Phi_0\rangle \Rightarrow \langle\Phi_0|\mathbb{S}^+ = \langle\Phi_0|\exp(-i\phi)$$

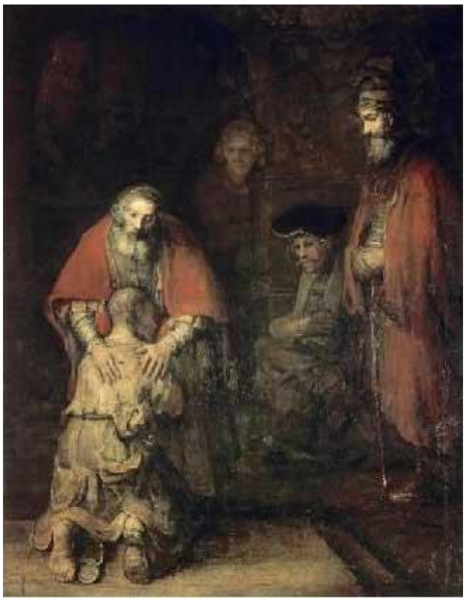
Последний знак равенства привносит чисто декоративные перемены, в результате которых выражение приобретает дружелюбную форму.

Убедитесь, что для случая

$t' > t$

$$G(k,t;k't') = +i\lim_{\alpha\to 0}\frac{\langle\Phi_0|\Upsilon\{\hat{a}^\dagger_{k'}(t')\hat{a}_k(t)\mathbb{S}_\alpha\}|\Phi_0\rangle}{\langle\Phi_0|\mathbb{S}_\alpha|\Phi_0\rangle}$$

ОБУСЛОВЛЕННЫЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ СДВИГ ЭНЕРГИИ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ И ВАКУУМНАЯ АМПЛИТУДА



«Возвращение блудного сына», Рембрандт

На ЛЕКЦИИ 1 мы установили, что обусловленный взаимодействием энергетический сдвиг определяется следующим образом

$$\Delta E_0 \equiv \widehat{E}_0 - E_0 = \frac{\langle\Phi_0|H_I|X_0\rangle}{\langle\Phi_0|X_0\rangle}$$

В соответствии с принятой адиабатической гипотезой будем полагать, что гамильтониан имеет вид

$$H_I(t) = \exp(-\alpha|t-t_0|)H_I$$

В представлении взаимодействия волновая функция системы (с взаимодействием, конечно) удовлетворяет уравнению

$$i\partial_t \left|\hat{X}(t)\right\rangle = \exp\left(-\alpha|t-t_0|\right)\hat{H}_I \left|\hat{X}(t)\right\rangle$$

При $t \to -\infty$ *множитель* $\exp\left(-\alpha|t-t_0|\right) \to 0$, *поэтому правая часть уравнения зануляется. Отсюда сразу следует, что рассматриваемое состояние перестаёт зависеть от времени; для основного состояния оно оказывается равным основному состоянию системы без взаимодействия. Функцию* $\left|\hat{X}(t_0)\right\rangle$ *в функцию* $\left|\hat{X}(t)\right\rangle$ *переводит оператор* $\tilde{U}\ t,t_0$ *(не стану перегружать соотношения, явно указывая зависимости от параметра* α, *– как обычно, её восстановим в конце вычислений):*

$$\left|\hat{X}(t)\right\rangle = \tilde{U}(t,t_0)\left|\hat{X}(t_0)\right\rangle$$

Полагая $t_0 \to -\infty$, *имеем*

$$\left|\hat{X}(t)\right\rangle = \tilde{U}(t,-\infty)\left|\hat{X}(-\infty)\right\rangle = \tilde{U}(t,-\infty)\left|\Phi_0\right\rangle \Rightarrow \left|\hat{X}(t_0)\right\rangle = \tilde{U}(t_0,-\infty)\left|\Phi_0\right\rangle$$

Теперь учтём, что

$$\left|\hat{X}(t)\right\rangle = \left[U^{(0)}(t,t_0)\right]^{-1}\left|X(t)\right\rangle \Rightarrow \left|\hat{X}(t_0)\right\rangle = \left|X(t_0)\right\rangle = \left|X_0\right\rangle$$

Чтобы поставить последний знак равенства пришлось воспользоваться адиабатической гипотезой. Таким образом, приходим к связке

$$\boxed{\left|X_0\right\rangle = \tilde{U}(t_0,-\infty)\left|\Phi_0\right\rangle}$$

Подставляя последний результат в энергетическую поправку, получаем

$$\Delta E_0 = \frac{\left\langle \Phi_0 \middle| H_I \middle| X_0 \right\rangle}{\left\langle \Phi_0 \middle| X_0 \right\rangle} = \frac{\left\langle \Phi_0 \left| H_I\tilde{U}(t_0,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle}{\left\langle \Phi_0 \left| \tilde{U}(t_0,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle}$$

Более строго, учитывая зависимость оператора $\tilde{U}$ *от* α *(в силу адиабатической гипотезы, гамильтониан зависит от этого параметра), результат следует переписать в форме предела:*

$$\boxed{\Delta E_0 = \lim_{\alpha\to 0}\frac{\left\langle \Phi_0 \left| H_I\tilde{U}_\alpha(t_0,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle}{\left\langle \Phi_0 \left| \tilde{U}_\alpha(t_0,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle}}$$

Обратите внимание, что записанное выражение по форме напоминает то, которое мы только что получили для 1-частичной функции Грина. Это наводит на мысль, что вычислительные процедуры, используемые при расчётах энергетических поправок и гриновских функций схожи: под знаком предела стоят отношения двух бесконечных рядов.

Последний результат в рамочке, как правило, записывают в более элегантной форме. Получается она так: сначала воспользуемся

$$i\partial_t\tilde{U}(t,-\infty) = \hat{H}_I(t)\tilde{U}(t,-\infty)$$

в выражении

$$\left\langle \Phi_0 \left| H_I\tilde{U}(t_0,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle = \left\langle \Phi_0 \left| \hat{H}_I(t_0)\tilde{U}(t_0,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle =$$

$$= \left\langle \Phi_0 \left| i\partial_t\tilde{U}(t,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle\Big|_{t=t_0} = i\partial_t \left\langle \Phi_0 \left| \tilde{U}(t,-\infty) \right| \Phi_0 \right\rangle\Big|_{t=t_0}$$

затем упростим $\frac{\partial_t \cdots t}{\cdots t} = \partial \ln \cdots t$ *, в результате получим*

$$\boxed{\begin{aligned} &\widehat{E}_0 - E_0 = \lim_{\alpha\to 0} i\left[\partial_t \ln \Re_\alpha(t)\right]_{t=t_0} \\ &\Re(t) \equiv \left\langle \Phi_0 \middle| \tilde{U}(t,-\infty) \middle| \Phi_0 \right\rangle \end{aligned}}$$

Величина $\Re$ *называется* ***вакуумной амплитудой****, что как бы намекает на амплитуду вероятности перехода из ферми-вакуума обратно в ферми-вакуум, то есть ежели когда-то (в бесконечно удалённый момент времени) система находилась в состоянии* $|\Phi_0\rangle$*, и включили взаимодействие (или внешнее поле), то амплитуда вероятности того, что в момент времени* t *система будет находиться в том же самом состоянии* $|\Phi_0\rangle$*, равна* $\Re$.