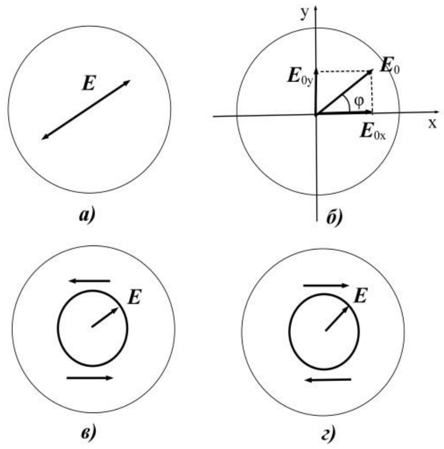
Поляризация

Виды поляризации. Поляризатор

Мы помним, что в изотропных средах электромагнитные волны поперечны, причем векторы $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{k}$ образуют правую ортогональную тройку, т.е. векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.[1] Будем следить за вектором $\boldsymbol{E}$. Договоримся кружком изображать поперечное сечение луча,[2] летящего



«на нас». На рис *а*) показаны колебания вектора $\boldsymbol{E}$ так, как мы привыкли себе это представлять. Ясно, что плоскость колебаний может быть иной – тогда говорят, что луч *поляризован* по-другому. Вообще вопрос «как поляризована э.м. волна?», имеет смысл «что происходит с вектором $\boldsymbol{E}$?».

Линейно поляризованный (плоско-поляризованный) свет

В простейшем случае *световой вектор* постоянно *лежит в одной плоскости*[3] (в нашем кружке вектор $\boldsymbol{E}$ колеблется по одной линии). При этом свет называется *линейно поляризованным* (или плоскополяризованным). Такую волну мысленно можно представлять себе как жесткую, недеформирующуюся синусоиду, протягиваемую в пространстве со скоростью света в среде.

На рис. *б*) показано, что амплитуду колебаний $\boldsymbol{E}_0$ света,[4] поляризованного в произвольной плоскости, всегда можно разложить по двум взаимно перпендикулярным направлениям, т.е. представить, например, в виде колебаний вдоль оси абсцисс и ординат:

---

[1] Если специально не оговорено, то всюду далее речь идет о плоских (плоский фронт!) монохроматических волнах

[2] В фиксированной, не перемещающейся плоскости.

[3] Эта плоскость проходит через векторы $\boldsymbol{k}$ (в кружке направлен «на нас») и $\boldsymbol{E}$.

[4] Говорят, что вектор $\boldsymbol{E}_0$ *задает направление поляризации* линейно поляризованного света.

$$E_x = E_{0x}\cos(\omega t + \alpha), \quad (1)$$
$$E_y = E_{0y}\cos(\omega t + \alpha),$$

где

$$E_{0x} = E_0\cos(\varphi), E_{0y} = E_0\sin(\varphi), \quad (1')$$

а α – *одинаковые* начальные фазы колебаний

$$\alpha = -kL + \alpha_0 \quad (2)$$

(L – оптическая длина пути, α_0 – начальная фаза источника). Мы представили плоскополяризованную волну как суперпозицию других волн, но те же формулы решают и обратную задачу: две волны с взаимно перпендикулярной поляризацией (1) и **одинаковой** фазой (2) эквивалентны одной линейно поляризованной волне такой, что (см. рис б))

$$tg(\varphi) = E_{0y}/E_{0x}.$$

Разложение линейно поляризованного света по двум взаимно перпендикулярным направлениям

А что будет, если две волны одинаковой частоты с взаимно перпендикулярной поляризацией имеют разные фазы? Ответ мы знаем и теоретически и практически (вспомним фигуры Лиссажу). Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний

$$E_x = E_{0x}\cos(\omega t), \quad (3)$$
$$E_y = E_{0y}\cos(\omega t + \alpha)$$

(разность фаз $\alpha \neq 0, \pi$) приводит к тому, что кончик вектора $\boldsymbol{E}$ описывает эллипс. Такая волна называется *эллиптически поляризованной* (или *поляризованной по эллипсу*). Формулы (3) показывают также, что любой поляризованный по эллипсу луч можно разложить на два луча, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях.

Разложение эллиптически поляризованного света на линейно поляризованный

Поляризация по эллипсу

В частном случае, когда амплитуды равны ($E_{0x} = E_{0y} = E_0$), а разность фаз $\alpha = \pm\pi/2$, эллипс вырождается в окружность

$$E_x = E_0\cos(\omega t), \quad (4)$$
$$E_y = \pm E_0\sin(\omega t).$$

Говорят, что такая волна *поляризована по кругу* или *имеет круговую поляризацию*. Если взять знак «плюс», то в наших кружках вектор $\boldsymbol{E}$ будет вращаться против часовой стрелки, такая поляризация называется *левой* (рис. *в*)), а знак «минус» приводит к вращению по часовой стрелке и *правой* поляризации (рис. *г*)).

Круговая поляризация – левая и правая.

Волну круговой поляризации можно представить себе так. Возьмем винт от мясорубки[1] и сделаем его очень длинным. В мясорубке он вращается, а мы его будем протягивать в пространстве *без всякого вращения*. В любой перпендикулярной ему плоскости острый край будет описывать окружность. Попробуйте на досуге, а еще подумайте, каким должен быть винт, чтобы обеспечить правую (левую) поляризацию.

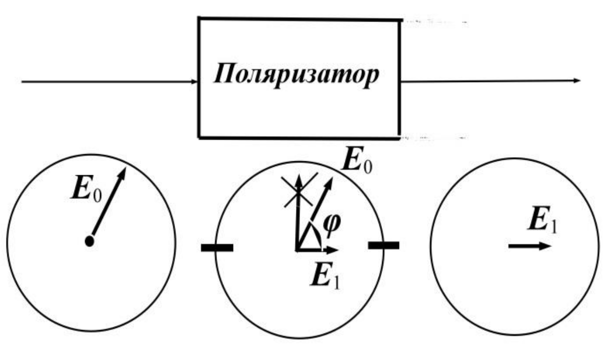
Естественный (неполяризованный) свет

Свет, идущий от лампочек накаливания, как мы помним, представляет собой огромное число «цугов», которые не только не когерентны друг с другом, но и имеют самые разные поляризации. Такой свет называют неполяризованным или *естественным*. Можно еще представлять себе такой свет состоящим из некогерентных лучей, равновероятно имеющих произвольную линейную поляризацию.

Физику превращения естественного света в поляризованный мы рассмотрим чуть позже, а пока формально опишем прибор, называющийся *поляризатором*.

Поляризатор

У поляризатора есть *оптическая ось* (как я уже сказал, о том, что это такое, чуть позже). Это, собственно, не ось, а направление,[2] так что ее можно провести через любую точку или заставить пересекаться с любой прямой, ей не параллельной.[3] Плоскость, содержащая луч и оптическую ось, называется *главной плоскостью*. На лучевых кружках ее обозначают жирными штрихами.



Пусть на поляризатор падает *уже линейно поляризованный свет* с амплитудой $\boldsymbol{E}_0$, как показано на рисунке (левый кружок). В поляризаторе луч расщепляется на два линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. В одном из них

[1] Кажется, он называется шнеком.
[2] Поскольку у оптической оси не задано направление, как например, у силовых линий, то ее можно назвать «ненаправленным направлением».
[3] Впрочем, если некоторая прямая и оптическая ось параллельны, то можно считать что они просто совпадают.

вектор $\boldsymbol{E}$ колеблется в главной плоскости (на рис. $\boldsymbol{E}_1$), а в другом – перпендикулярно ей. Как и раньше,

$$\boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{E}_0 \cos(\varphi), \qquad (5)$$

где φ – угол между плоскостью колебаний входящего луча и главной плоскостью.[1] Тем или иным способом второй луч выбрасывается (на рис. зачеркнут), и после поляризатора бежит волна с амплитудой (5), линейно поляризованная *в главной плоскости*.

Если подытожить, то все что делает поляризатор, так это *он проектирует амплитуду на главную плоскость*.

Закон Малю́са для поляризованного света

Перейдем теперь к интенсивностям (как всегда, умножая амплитуды на им сопряженные выражения):

$$I_1 = I_0 \cos^2(\varphi), \qquad (6)$$

где I_0 и I_1 – интенсивности света на входе и выходе поляризатора соответственно. Формула (6) носит название закона *Малю́са*.[2] Если вращать поляризатор (для того чтобы вращать главную плоскость), то интенсивность выходящего света I_1 будет меняться от $I_{min} = 0$ ($\varphi = \pm\pi/2$) до $I_{max} = I_0$ ($\varphi = 0, \pi$).

Направим теперь на поляризатор естественный свет. Все его хаотически поляризованные компоненты преобразуются так же, как мы только что видели. На выходе получается линейно поляризованный в главной плоскости свет. Надо только как-то усреднить по углам. Усреднять электрическое поле нельзя, потому что складывать для некогерентных лучей надо не поля, а интенсивности. Поэтому усредняем $< \cos^2(\varphi) >= 1/2$ в формуле (6) и получаем

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0. \qquad (7)$$

При вращении главной плоскости интенсивность меняться не будет, $I_{min} = I_{max} = \frac{1}{2} I_0$, так что мы научились отличать линейно поляризованный свет от неполяризованного. Правда есть еще свет, поляризованный по кругу, который ведет себя так же, как естественный по отношению к поляризатору – интенсивность на выходе не изменяется при вращении

[1] На моем рисунке главная плоскость – горизонтальная, но это вовсе не обязательно.
[2] По современным правилам произношения и написания иностранных имен правильно говорить и писать Малю́, но никак не ~~Ма́люс.~~

главной плоскости. Для того чтобы отличить свет с круговой поляризацией, его надо сначала преобразовать в линейно поляризованный. Как это делается, мы увидим чуть позже, когда речь пойдет о двойном лучепреломлении.

Часто свет представляет собой смесь поляризованных и неполяризованных лучей. Такой свет называют частично поляризованным. Для его характеристики вводят степень поляризации, используя минимальную и максимальную интенсивности после прохождения поляризатора:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}.$$

Степень поляризации

Легко проверить, что линейно поляризованный свет имеет степень поляризации, равную 1, а естественный – 0.

Чуть усложним эксперимент. За первым поляризатором поставим еще один (его обычно называют анализатором). На первый поляризатор направим естественный свет с интенсивностью I_0. На выходе его (стало быть, на входе анализатора) будет линейно поляризованный в главной плоскости свет интенсивности $I_1 = \frac{1}{2} I_0$ (см. (7)). Как этот *поляризованный* свет преобразуется анализатором, мы знаем. Так что на выходе анализатора будет линейно поляризованный свет в *его* главной плоскости. Если теперь угол φ – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, то интенсивность света на выходе анализатора есть

$$I_2 = I_1 \cos^2(\varphi)$$

или

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2(\varphi). \qquad (8)$$

Закон Малюса для поляризатора + анализатора

Это традиционная запись закона Малюса.

Поляризация при двойном лучепреломлении

Если на прозрачный кристалл направить луч света, то можно наблюдать такую картину: луч раздваивается, и из кристалла выходят два линейно поляризованных луча. Это явление и называется *двойным лучепреломлением* или *двулучепреломлением.* Не обладают этим свойством только кристаллы кубической симметрии, а из всех остальных мы выде-

Одноосные кристаллы

лим и рассмотрим только *одноосные* кристаллы. Такие кристаллы обладают с точки зрения оптических явлений вращательной симметрией относительно некоторого *направления*, называемого *оптической осью*. Это означает, что все направления, образующие одинаковые углы с оптической осью, эквивалентны.

Понять их свойства поможет нам простая, хотя и не очень точная модель. Мы помним, что в любом диэлектрике[1] под действием электрического поля появляются диполи из-за взаимного смещения положительных и отрицательных зарядов. В кристаллах могут смещаться подрешетки как целое. Теперь представим себе, что заряды в диполях связаны вертикальными (пусть это будет оптическая ось) и горизонтальными «пружинками», причем вертикальные пружинки менее жесткие,[2] чем горизонтальные.

Рассмотрим три случая.

1. Вектор $\boldsymbol{E}$ колеблется перпендикулярно оптической оси, «работают» только жесткие горизонтальные пружинки.
2. Поле $\boldsymbol{E}$ направлено вдоль оптической оси, «сопротивляются» только вертикальные пружинки.

Возникающий дипольный момент $\boldsymbol{P}$ в первом случае будет меньше, чем во втором, но в обоих случаях вектор $\boldsymbol{P}$, а с ним и вектор электрического смещения $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$ будут направлены *по* полю $\boldsymbol{E}$.

3. Наконец, в третьем случае направление колебаний вектора $\boldsymbol{E}$ составляет некоторый угол с оптической осью.[3] В дело вступают все пружинки, вертикальные поддаются легче, и вектор поляризации наклоняется в сторону оптической оси. Вектор $\boldsymbol{D}$ теперь **не** совпадает по направлению с вектором $\boldsymbol{E}$. Этот последний вместе с оптической осью задает плоскость, и из соображений симметрии[4] вектор $\boldsymbol{D}$ тоже лежит в этой плоскости.

[1] Забудем на время про ориентационную поляризацию.
[2] Или наоборот, не важно.
[3] но, конечно отличный от углов в случаях 1 и 2.
[4] Помните, «из соображений симметрии» - это когда можно задать вопрос «а почему не наоборот?». Здесь как раз тот случай, поскольку все повороты (влево, вправо) вокруг оптической оси равноправны.

Таким образом, в одноосных кристаллах, если направления колебаний векторов $\boldsymbol{E}$ *и* $\boldsymbol{D}$ не совпадают, то *оптическая ось и векторы* $\boldsymbol{E}$ *и* $\boldsymbol{D}$ *лежат в одной плоскости*.[1]

Все, что я сказал, математически можно представить так.

Разложим вектор $\boldsymbol{E}$ на две составляющие: параллельную оптической оси $\boldsymbol{E}_\parallel$ и лежащую в плоскости, перпендикулярной к ней, $\boldsymbol{E}_\perp$. Так же поступим с вектором $\boldsymbol{D}$:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_\parallel + \boldsymbol{E}_\perp, \boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_\parallel + \boldsymbol{D}_\perp.$$

Введем продольную $\varepsilon_\parallel$ и поперечную $\varepsilon_\perp$ диэлектрические проницаемости («работают» одни пружинки)

$$\boldsymbol{D}_\parallel = \varepsilon_\parallel \varepsilon_0 \boldsymbol{E}_\parallel, \tag{9а}$$

$$\boldsymbol{D}_\perp = \varepsilon_\perp \varepsilon_0 \boldsymbol{E}_\perp, \tag{9б}$$

и соотношение межу векторами $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{E}$ принимает вид

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0(\varepsilon_\parallel \boldsymbol{E}_\parallel + \varepsilon_\perp \boldsymbol{E}_\perp). \tag{10}$$

Мы чуть позже (мелким шрифтом для желающих) докажем, что вектор электрического смещения $\boldsymbol{D}$ всегда перпендикулярен волновому вектору,[2] а сейчас вернемся к трем случаям.

В первом случае $\boldsymbol{E}_\parallel = 0$, и $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\perp \boldsymbol{E}$. Оба вектора перпендикулярны как оптической оси, так и волновому вектору $\boldsymbol{k}$.

Главная плоскость

Плоскость, содержащая оптическую ось и волновой вектор, называется *главной плоскостью*,[3] поэтому в рассматриваемом случае *колебания векторов* $\boldsymbol{E}$ *и* $\boldsymbol{D}$ *перпендикулярны главной плоскости*. Луч с такой ориентацией ведет себя прилично: показатель преломления для него

Обыкновенный луч

$$n_o = \sqrt{\varepsilon_\perp}, \tag{11}$$

и его фазовая скорость

$$v_o = c/n_o \tag{12}$$

---

[1] Если направления $\boldsymbol{E}$ *и* $\boldsymbol{D}$ совпадают и не параллельны оптической оси, то эти векторы тривиально лежат в одной плоскости: вспомним, что оптическую ось – направление в кристалле – можно перемещать параллельно самой себе, а через два пересекающихся вектора всегда можно провести плоскость.

[2] Мы привыкли к тому, что электромагнитная волна – поперечная, но если векторы $\boldsymbol{E}$ *и* $\boldsymbol{D}$ не совпадают, то возникает вопрос, какой из них перпендикулярен вектору $\boldsymbol{k}$.

[3] Эта плоскость не определена, если вектор $\boldsymbol{k}$ параллелен оптической оси. Эту ситуацию мы еще обсудим специально, а пока скажем, что она, очевидно, соответствует рассматриваемому случаю 1.

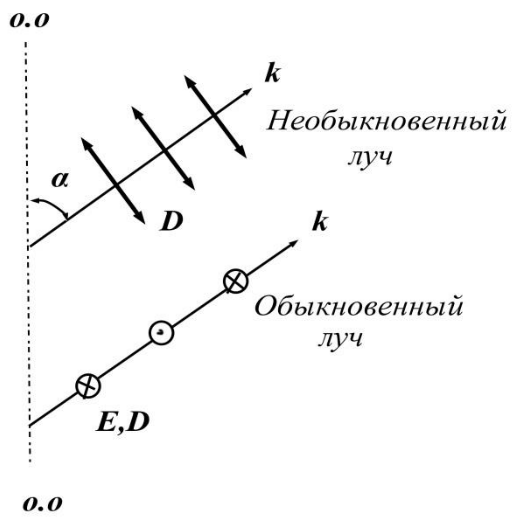
не зависят от направления распространения. Он называется *обыкновенным лучом*.

Во втором и третьем случаях колебания векторов ***E** и* ***D** лежат в главной плоскости.*

Это утверждение очевидно для второго случая (векторы ***E** и* ***D*** параллельны оптической оси). В третьем случае оно следует из того, что векторы ***k***, ***E** и* ***D*** всегда лежат в одной плоскости (тем, кто хочет убедиться в этом, придется читать мелкий шрифт), а кроме того, мы видели, что векторы ***E** и* ***D*** и оптическая ось тоже лежат в одной плоскости.

Необыкновенный луч

Луч, в котором колебания вектора ***E*** происходят в главной плоскости, называется *необыкновенным*, потому что показатель преломления для него и, стало быть, его фазовая скорость *зависят* от направления распространения, от угла α между волновым вектором и оптической осью.



Если волновой вектор перпендикулярен оптической оси ($\alpha = \pi/2$), то векторы ***E** и* ***D*** колеблются параллельно ей (случай 2). Тогда $\boldsymbol{E}_\perp = 0$, и (см. (9-10))

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\parallel \boldsymbol{E}.$$

Показатель преломления

$$n_e = \sqrt{\varepsilon_\parallel}, \tag{13}$$

а фазовая скорость

$$v_e = c/n_e \tag{14}$$

В другом предельном случае, $\alpha = 0$, необыкновенный луч становится неотличимым от обыкновенного (11- 12). Поэтому часто дают такое определение:

Оптическая ось – направление в кристалле, вдоль которого фазовые скорости обыкновенного и необыкновенного лучей совпадают.

При изменении угла α от 0 до $\pi/2$ фазовая скорость необыкновенного луча изменяется от v_o до v_e.

Таким образом, в кристалле могут распространяться два луча: обыкновенный (11 – 12) и необыкновенный (13 – 14), линейно поляризованные в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Мелкий шрифт можно пропустить.

Формула (10) – новое для нас материальное соотношение. Теперь обратимся к уравнениям Максвелла. Делаем все так же, как в параграфе «Плоская монохроматическая волна». Полагаем[1]

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{E}e^{-i\omega t}e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}},$$
$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{B}e^{-i\omega t}e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}},$$
$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{D}e^{-i\omega t}e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}},$$

подставляем эти волны в уравнения Максвелла

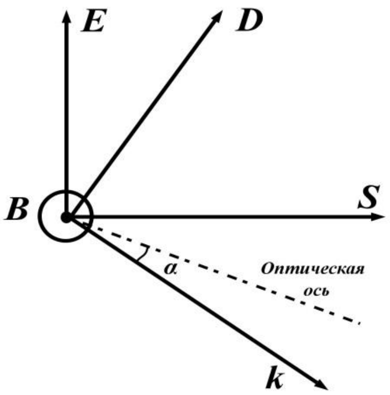
$$rot(\boldsymbol{E}) = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t},$$
$$rot(\boldsymbol{B}) = \frac{1}{c^2\varepsilon_0}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

и получаем

$$[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{E}] = \omega\boldsymbol{B}, \quad (15)$$
$$[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{B}] = -\frac{\omega}{c^2\varepsilon_0}\boldsymbol{D}. \quad (16)$$

Условия для необыкновенного луча

Мы оправданно считаем, что $\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H}$, а постоянную μ_0 для удобства заменили на $1/(c^2\varepsilon_0)$.



Проанализируем два последних равенства. Вектор $\boldsymbol{B}$, как и в изотропной среде, перпендикулярен векторам $\boldsymbol{k}, \boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$, поэтому все эти последние векторы лежат в одной плоскости. В этой же плоскости лежит и вектор Умова - Пойтинга $\boldsymbol{S}$. [2]Вектор электрического смещения $\boldsymbol{D}$ перпендикулярен волновому вектору $\boldsymbol{k}$, но этого, вообще говоря,[3] не скажешь про вектор $\boldsymbol{E}$, который зато перпендикулярен вектору $\boldsymbol{S}$. Ух, лучше посмотреть на рисунок, показывающий плоскость векторов $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{S}$ и $\boldsymbol{k}$.

Если, как на рисунке, направления векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ не совпадают, то оптическая ось, как мы уже знаем, также должна лежать в этой плоскости.

Наш рисунок показывает векторы для необыкновенного луча (с обыкновенным все уже понятно, см. (11 – 12)), а формулы (15) и (16)

---

[1] Здесь мы отступим от нашего правила обозначать среду индексом. Волновое число $k = |\boldsymbol{k}|$ - волновое число в среде. Поэтому фазовая скорость в среде $v = \omega/k$.

[2] Вспомним $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}] = [\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}]/\mu_0$.

[3] Вектор $\boldsymbol{E}$ перпендикулярен вектору $\boldsymbol{k}$, если направления векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ совпадают, а это так, как мы уже знаем, если они либо параллельны, либо перпендикулярны оптической оси.

позволяют найти для него фазовую скорость и показатель преломления при произвольном направлении распространения, задаваемого углом α между вектором $\boldsymbol{k}$ и оптической осью. Для этого исключим вектор $\boldsymbol{B}$, подставляя его из уравнения (15) в уравнение (16):

$$[\boldsymbol{k}\times[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{E}]]=-\frac{\omega^2}{c^2\varepsilon_0}\boldsymbol{D},$$

или

$$\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E})-\boldsymbol{E}k^{\boldsymbol{2}}=-\frac{\omega^2}{c^2\varepsilon_0}\boldsymbol{D}.$$

Умножим последнее равенство скалярно на $\boldsymbol{D}$, имея в виду, что $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{D}=\boldsymbol{0}$:

$$k^{\boldsymbol{2}}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D})=\frac{\omega^2}{c^2\varepsilon_0}D^{\boldsymbol{2}}.$$

Из этого равенства находим фазовую скорость необыкновенного луча $v=\omega/k$:

$$v^2=c^2\frac{\varepsilon_0(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D})}{D^2}. \qquad (17)$$

Из формул (9) получаем

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\boldsymbol{D}_\parallel}{\varepsilon_\parallel}+\frac{\boldsymbol{D}_\perp}{\varepsilon_\perp}\right),$$

а из рисунка видно, что

$$D_\parallel=D\sin(\alpha),\text{ и } D_\perp=D\cos(\alpha).$$

Подставляем, перемножаем и приводим (17) к виду

$$v^2=c^2/\varepsilon,$$

где

$$\frac{1}{\varepsilon}=\frac{\sin^2(\alpha)}{\varepsilon_\parallel}+\frac{\cos^2(\alpha)}{\varepsilon_\perp}, \qquad (18)$$

а показатель преломления, конечно, $n=\sqrt{\varepsilon}$.

Проверим. При распространении волны вдоль оптической оси $(\alpha=0)$ $n=n_o$, т.е. показатель преломления получается такой же, как для обыкновенного луча, а если луч бежит перпендикулярно оптической оси, то $n=n_e$ (ср. с (13)).

Посмотрим, что происходит, когда луч из изотропной среды, у которого может быть произвольная поляризация, входит в одноосный кристалл. В кристалле колебания вектора $\boldsymbol{E}$ возможны только в главной плоскости (необыкновенный луч) и перпендикулярно ей (обыкновенный луч). Если колебания в падающем луче происходят по одному из этих разрешенных направлений, то ничего особенного не происходит (кроме преломления). Правда, для необыкновенного луча угол преломления зависит от угла с оптической осью, но с этой оговоркой закон Снеллиуса, если под углом преломления иметь в виду угол вектора $\boldsymbol{k}$ с нормалью к преломляющей поверхности, выполняется.

Если же колебания в падающем луче происходят в других направлениях, то лучу приходится раздваиваться по формулам (1'). В кристалле проходят и из него выходят два линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях луча.

Остановимся на случае нормального падения луча на поверхность одноосного кристалла. Здесь нас поджидает неожиданность. Казалось бы, что преломления не будет, и оба луча будут распространяться по одному направлению. Преломления в смысле волновых векторов (или нормалей к фронту волны) действительно нет, но поставив опыт, мы увидим, что раздвоение луча есть, необыкновенный луч ведет себя странно – распространяется под углом к нормали. В чем же дело?

Направления распространения волнового фронта и энергии в необыкновенном луче не совпадают

Ответ довольно прост. Направление распространения волнового фронта (задаваемого вектором $\boldsymbol{k}$) и направление распространения энергии (по вектору Умова – Пойтинга) для необыкновенного луча *не совпадают*: вектор $\boldsymbol{k}$ перпендикулярен вектору электрического смещения $\boldsymbol{D}$, а вектор $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}]$ – вектору $\boldsymbol{E}$. Тот луч, который мы видим, соответствует направлению распространения энергии, поэтому он и «преломляется» так странно. Скажу еще, что при косом падении видимый необыкновенный луч может даже выходить из плоскости падения.

Однако есть случай нормального падения луча на поверхность, когда по этому же направлению в кристалле распространяются два луча с различными фазовыми скоростями, и по этому же направлению распространяется энергия, т.е. лучи не преломляются во всех смыслах. Это когда оптическая ось кристалла параллельна преломляющей поверхности (см. случай 2, если $\boldsymbol{k}$ перпендикулярен оптической оси, то векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ ей параллельны). При этом луч, вообще говоря, [1] невидимо раздваивается, а на выходе оба луча сливаются в один. Этим можно воспользоваться для преобразования круговой поляризацией в линейную и

[1] При каких условиях этого раздвоения не будет?

наоборот. Мы помним, что при круговой поляризации фазы взаимно перпендикулярных колебаний отличаются на $\pi/2$. Если во время прохождения в кристалле разность фаз еще изменится еще на $\pi/2$, то на выходе образуется линейно поляризованный луч. Это произойдет, если

Пластинка «в четверть волны»

$$k(n_o - n_e)l = \pm\pi/2,$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число в вакууме, а l длина пути в кристалле. Поскольку последнее равенство можно переписать в виде

$$(n_o - n_e)l = \pm\lambda/4, \qquad (19)$$

то такое приспособление называется *пластинкой в четверть длины волны.* Вот мы и научились отличать поляризованный по кругу свет от естественного.[1]

Одноосные кристаллы – основа для изготовления поляризаторов. Обычно оставляют необыкновенный луч, а обыкновенный выводят в сторону (он либо поглощается на покрашенной боковой поверхности, либо выходит через дополнительную призму). Здесь можно рассказать целую повесть об исландском шпате, канадском бальзаме, но я этого делать не буду. Все-таки надо примерно представлять себе, как устроена призма Ни́коля (или просто ни́коль), а также знать, что такое поляроиды.[2]

Поляризация при отражении

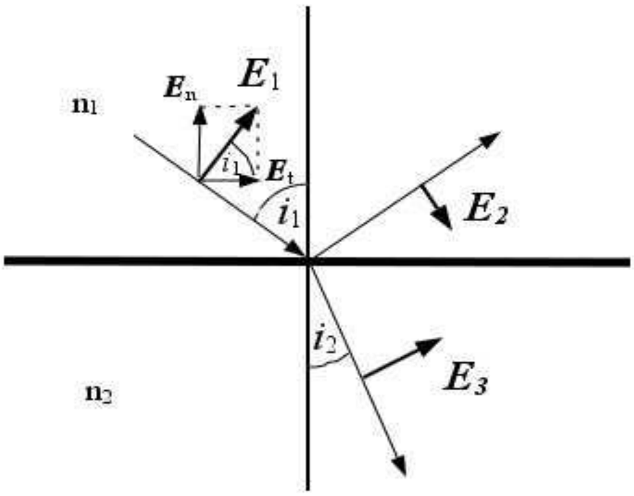
Вернемся к изотропным средам. Если посмотреть через поляризатор на отраженный от поверхности свет, то окажется, что он хотя бы частично поляризован,[3] даже если падающий свет – естественный. Это значит, что световая волна поляризуется при отражении и преломлении.

Разложим падающий луч света на два луча с взаимно перпендикулярными колебаниями вектора $\boldsymbol{E}$, так что в одном луче колебания этого вектора происходят в плоскости падения, а в другом – перпендикулярно ей. Коэффициенты отражения и преломления для каждого из этих лучей даются формулами Френеля. Мы не будем выводить все эти форму-

[1] Можно даже отличить правую поляризацию от левой. Как?
[2] Прочитайте об этом, например, в книге О.С. Литвинова, К.Б. Павлова и В.С. Горелика «Электромагнитные волны и оптика».
[3] Посмотрите, например, через поляризационный фильтр на лужу во дворе.

лы, а получим только одну из них – для луча, поляризованного в плоскости падения.

Посмотрим на рисунок. Амплитуды падающего, отраженного и преломленного лучей обозначены $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{E}_2$ и $\boldsymbol{E}_3$ соответственно, а углы падения и преломления – i_1 и i_2.[1] Мы хотим применить условия для векторов $\boldsymbol{E}$ на границе раздела двух сред:



$$\boldsymbol{E}_{t1} = \boldsymbol{E}_{t2} \text{ и } n_1^2\boldsymbol{E}_{n1} = n_2^2\boldsymbol{E}_{n2}.$$

Обратив внимание, что на границе раздела в среде с показателем преломления n_1 электрическое поле представляет собой суперпозицию полей $\boldsymbol{E}_1$ и $\boldsymbol{E}_2$, и, разглядев рисунок, из этих условий получаем систему уравнений[2]

$$E_1\cos(i_1) + E_2\cos(i_1) = E_3\cos(i_2), \qquad (20)$$

$$E_1 n_1^2\sin(i_1) - E_2 n_1^2\sin(i_1) = E_3 n_2^2\sin(i_2). \qquad (21)$$

Чтобы получить все формулы Френеля, надо написать еще условия для тангенциальной и нормальной составляющих вектора $\boldsymbol{B}$, но мы упростим себе задачу, вместо этого используя закон Снеллиуса

$$n_1\sin(i_1) = n_2\sin(i_2).$$

Второе уравнение принимает простой вид:

$$n_1(E_1 - E_2) = n_2 E_3. \qquad (21а)$$

Теперь исключаем величину E_3 из уравнений (20) и (21а) и получаем амплитуду поля в отраженной волне (амплитуду в падающей волне считаем известной)

$$E_2 = \frac{n_1\cos(i_2) - n_2\cos(i_1)}{n_1\cos(i_2) + n_2\cos(i_1)}E_1. \qquad (22)$$

Одна из формул Френеля

Пусть углы падения и отражения таковы, что

$$i_1 + i_2 = \pi/2. \qquad (23)$$

[1] Такие обозначения применялись в классических книгах по оптике.

[2] Часто указывают противоположное направление вектора $\boldsymbol{E}_2$, тем самым закладывая изменение фазы на π в отраженном луче при нормальном падении. В формулах (22) и (25) при этом меняется знак, и трактовка его становится менее ясной.

Тогда $\cos(i_1) = \sin(i_2)$, $\cos(i_2) = \sin(i_1)$, и числитель дроби (22) обращается в ноль по закону Снеллиуса. Угол падения $i_Б$, при котором это произойдет, можно найти, приравняв числитель нулю после замены $\cos(i_1) = \cos(i_Б)$, $(\cos(i_2) = \sin(i_Б)$:

$$\mathrm{tg}(i_Б) = n_2/n_1. \qquad (24)$$

Угол Брюстера

Если в отраженном луче нет волны, поляризованной в плоскости падения, то этот луч полностью поляризован *перпендикулярно* ей.

Угол падения, при котором отраженный луч полностью поляризован перпендикулярно плоскости падения, называется углом Брюстера, а само явление полной поляризации при отражении законом Брюстера.

Закон Брюстера

Есть физическая причина этого явления. Вы никогда не задумывались, откуда берется отраженный луч? Этот вопрос может показаться странным – ну, отражается и отражается. В действительности отраженная волна – излучение диполей вещества колеблющихся[1] под действием светового поля, а преломленная – суперпозиция проходящей (падающей) волны с излучением диполей. Направление колебаний диполей совпадает с направлением колебаний вектора ***E*** в *преломленной волне*. Любой ускоренно движущийся заряд излучает, излучает, стало быть, и диполь. Это особенно хорошо у него получается в направлениях, перпендикулярных его оси, а вот вдоль своей оси он излучать вообще не может. Но именно в этом направление должно идти излучение диполей, формирующее отраженный луч, если свет падает под углом Брюстера (23), потому что, как легко убедиться, при этом преломленный и отраженный лучи взаимно перпендикулярны.

При нормальном падении из формулы (22) получаем

$$E_2 = E_1\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}. \qquad (25)$$

Как часто мы совершаем подобные ошибки! Нам повезло,[2] и формула (25) оказывается верной, но мы не имели права переходить

[1] Колеблются, конечно, не диполи, а заряды в них, но так часто говорят для краткости. Только в направлении отраженного луча все когерентные волны, излучаемые диполями вещества интерферируют конструктивно.

[2] В данном случае везенье не случайно. Было бы странно, если предельный переход по непрерывности дал бы неправильный результат.

к нормальному падению в (22), поскольку переход в нашем выводе от формулы (21) к формуле (21а) невозможен, если угол падения равен нулю. В этом случае обязательно надо записать условия для тангенциальной составляющей магнитного поля на границе двух сред ($\mu = 1$)):

$$B_1 - B_2 = B_3. \quad (26)$$

Знак минус появился из-за того, что при изменении направления волнового вектора одна из амплитуд $\boldsymbol{E}$ или $\boldsymbol{B}$ должна изменить направление на противоположное (иначе нет правой тройки), а формула (20) написана так, как если бы поле $\boldsymbol{E}$ направления не меняло. Теперь вспомним, то в волне $E = \frac{c}{n} B$, так что уравнение (26) переходит в уравнение (21а) без использования закона Снеллиуса.

Изменение фазы при отражении

Обратим внимание, что если $n_2 > n_1$, то амплитуды E_1 и E_2 в формуле (25) имеют различные знаки: отрицательная амплитуда просто означает, что колебания в падающей и отраженной волне имеют противоположные фазы. Так и должно быть – помните, «при отражении от оптически более плотной среды теряется пол волны». Однако анализ формулы (22) показывает, что так будет только при углах падения, меньших угла Брюстера.

При отражении от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$) фаза в луче, поляризованном перпендикулярно плоскости падения, всегда изменяется на π, а в луче, поляризованном в плоскости падения – только если угол падения меньше угла Брюстера, в противном случае фаза не изменяется.

При отражении от оптически менее плотной среды ($n_2 < n_1$) кроме угла Брюстера важен еще угол полного внутреннего отражения $i_{\text{кр}}$ такой, что[1]

$$\sin(i_{\text{кр}}) = n_2/n_1$$

Если луч поляризован перпендикулярно плоскости падения, то фаза не претерпевает изменения, когда $i_1 \le i_{\text{кр}}$. Если же луч поляризован в плоскости падения, то изменения фазы нет, только когда $i_1 < i_{\text{Б}}$. При $i_{\text{Б}} < i_1 < i_{\text{кр}}$ фаза изменяется на π.

В области полного внутреннего отражения $i_1 > i_{\text{кр}}$ изменения фаз лучей любой поляризации отлично от 0 и π, кроме того они различны при различной поляризации, поэтому, например, линейно поляризованный свет может быть преобразован в поляризованный по эллипсу.

---

[1] Если полная поляризация наступает только при равенстве $i_1 = i_{\text{Б}}$, то явление полного внутреннего отражения имеет место при $i_1 \ge i_{\text{кр}}$. Угол Брюстера всегда меньше угла полного внутреннего отражения. Напомню, что мы все время считаем $\mu = 1$.